

Ecuaciones Diferenciales De Orden Superior

1. Hallar la solución general y analizar la estabilidad de las siguientes ecuaciones diferenciales homogéneas:

- a) $y'' - 7y' = 0$
- b) $y'' + 4y' + 5y = 0$
- c) $y'' + 4y' + 4y = 0$
- d) $y^{(4)} + 8y''' + 24y'' + 32y' + 16y = 0$

2. Hallar la solución general y analizar la estabilidad de las siguientes ecuaciones diferenciales no homogéneas:

- a) $y''' - 4y' = 3e^{2t}$
- b) $y'' - 2y' + 2y = 5e^{2t} \cos t$
- c) $y'' + 4y' + y = 2t^2$
- d) $y'' + y' + y = \sin t$

3. Sea

$$y''' - 6y'' + 2y' + 36y = 12e^{2t}.$$

- a) Halle la solución general.
- b) Indique la forma de la solución particular que debería ensayarse si el término derecho fuese:
 - 1) e^{4t}
 - 2) e^{-2t}
 - 3) $e^{-2t} \cos(\sqrt{2}t)$
 - 4) $e^{4t} \sin(\sqrt{2}t) + t^2$

4. Para cada una de las siguientes ecuaciones diferenciales de primer orden, no lineales y autónomas

$$\text{a) } y' = y - y^3, \quad \text{b) } y' = \ln(y),$$

realice:

- a) Determinación de los puntos de equilibrio.
- b) Diagrama de fase y clasificación de la estabilidad.
- c) Linearización en torno a cada equilibrio y caracterización resultante.

5. Modelo de crecimiento de préstamos:

$$\dot{p} = p(1 - d)(1 + r) - (E + D), \quad 0 < d < 1, \quad E > 0, \quad D > 0.$$

- a) Halle la trayectoria general $p(t)$.
- b) Encuentre el punto de equilibrio.
- c) Diagrama de fase y análisis de estabilidad.

6. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales no homogéneas mediante el método de los coeficientes indeterminados:

- a) $y'' + 4y' + 3y = x$
- b) $y'' - 2y' - 3y = 3x$
- c) $y'' - 3y' + 2y = x^3 - 3x + 2$
- d) $y'' - y' = 2x^2 + 6$
- e) $y'' - 4y' + 3y = 6e^{2x}$
- f) $y'' + y' = 2e^{-x}$
- g) $y'' + 2y' + y = \frac{1}{2}e^{-x}$

- h) $y'' - 8y' + 7y = 14$
 i) $y'' + 9y = \cos 2x$
 j) $y'' + y = 4 \sin 2x$
 k) $y'' + y = \cos x$
 l) $y'' - 2y' + y = 2e^x$
 m) $y'' - 2y' = e^{2x} + 5$
 n) $y'' + 9y = 3 \cos 3x$
 ñ) $y'' - y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x$
 o) $y'' + 2y = 2 + e^x$
 p) $y'' + y = 4 \cos x$
 q) $y'' + 3y' = 3x e^{-3x}$
 r) $y'' - y' = e^x \sin x$
 s) $y'' - 3y' + 2y = e^x + e^{3x}$
 t) $y'' + 2y = \sin 2x + \cos 3x$
 u) $y'' - 4y' + 4y = x^3 e^{2x} + e^{2x}$

7. Encuentre la solución particular que satisfaga las condiciones iniciales indicadas:

- a) $y'' + 9y = 9e^{3x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = \frac{3}{2}$
 b) $y'' - 6y' + 13y = 39$, $y(0) = 4$, $y'(0) = 3$
 c) $y'' - 5y' + 6y = e^x(12x - 7)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$
 d) $y'' - 4y' + 5y = 2x^2 e^x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$
 e) $y'' + 9y = 5 \cos 2x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$
 f) $y'' + 2y' = 4e^x(\sin x + \cos x)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

8. Sea q_d la demanda y q_o la oferta de un bien. Para cada caso: i) determine $p(t)$; ii) analice la convergencia al equilibrio; iii) halle el precio de equilibrio.

- a) $q_d = 2p'' + 5p' + 20p$, $q_o = p'' + p' + 4p$, $p(0) = \frac{1}{2}$, $p'(0) = 2$
 b) $q_d = 40 - 2p - 2p' - p''$, $q_o = 3p - 5$, $p(0) = 12$, $p'(0) = 1$
 c) $q_d = 3p'' + 5p' - 2p - 8$, $q_o = p'' + 7p' - 7p + 2$, $p(0) = \frac{1}{2}$, $p'(0) = 3$
 d) $q_d = 42 - 4p - 4p' + p''$, $q_o = 8p - 6$, $p(0) = 6$, $p'(0) = 4$

9. Considerando

$$p'' = Br_0 + BA(p' - p),$$

con $A, B, r_0 > 0$, encuentre $p(t)$ y su comportamiento límite para:

- a) $BA = 1$
 b) $BA = \frac{1}{2}$
 c) $BA = 2$
 d) $BA = \frac{3}{4}$

10. Ecuación de Phillips:

$$Y'' + aY' + bY = c g(t).$$

Determine $Y(t)$ para:

- a) $g(t) = K$
 b) $g(t) = m + nt$
 c) $g(t) = A_0 e^{kt}$
 d) $g(t) = 0$, $a = 1$, $b = 1$
 e) $g(t) = 0$, $a = 1$, $b = \frac{1}{4}$

11. Modelo de Samuelson sobre inversiones:

$$I'' = -mI, \quad m > 0.$$

Halle $I(t)$.

12. Solución general de las ecuaciones diferenciales lineales de orden superior:

a) $y''' - 4y'' - 5y' = 0$

b) $y^{(4)} + 2y''' + y'' = 0$

c) $y''' + y' = 8x^2$

d) $y''' + 4y' = 3e^x$